Лекція № 1.2

Тема лекції: Плоска система збіжних сил.

Основні поняття та положення: система збіжних сил, модуль і напрям рівнодіючої двох сил, силовий многокутник.

План лекції:

1. Система збіжних сил.
2. Визначення модуля й напрямку рівнодіючої двох сил.
3. Додавання сил плоскої системи збіжних сил. Силовий многокутник.
4. Проекція сили на вісь; правило знаків.
5. Проекція сили на дві взаємно перпендикулярні осі.

Література:

1. Е. М. Никитин. Теоретическая механика для техникумов. — М.: Наука, 1988 — 336с.
2.Д.В. Чернилевский, Лаврова В.Е., Романов В.А. Техническая механіка, - М.: Наука. Главная редакція фізико-математической литературы, 1982.- 544 с.

Зміст лекції

План лекції:

Запам'ятайте:

1. Система збіжних сил.

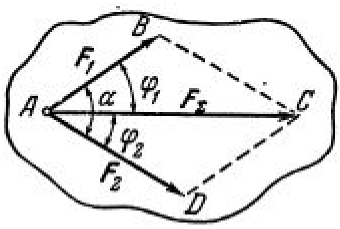
Системою збіжних сил називається система сил лінії дії яких перетинаються в одній точці.

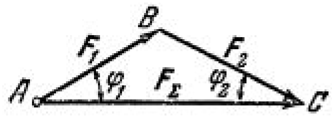
Якщо перенести всі сили даної системи по лініях їх дії в спільну точку перетину цих ліній то згідно першого наслідку із аксіом статики, дія системи на абсолютно тверде тіло не зміниться.

Отже, будь яку систему збіжних сил можна замінити еквівалентною системою сил прикладених в одній точці.

2. Визначення модуля й напрямку рівнодіючої двох сил.

Запам'ятайте:





Для знаходження рівнодійної не обов’язково будувати весь паралелограм ABCD достатньо побудувати один із трикутників ABC або ADC. Трикутник ABC(або ADC) називається силовим трикутником, а такий спосіб додавання двох сил правилом трикутника:

Для побудови наприклад трикутника ABC із кінця вектора однієї сили F_1 проводим вектор BC рівний F_2 . сторона AC трикутника ABC зображає по модулю і за напрямом рівнодійну двох даних збіжних сил.

Сторони трикутника ABC зображають у відповідному масштабі числових значень (модулів) сил , тому за теоремою косинусів рівнодійна сил визначається:

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 – 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos ABC$

cosABC дорівнює $\cos(180 – \alpha) = - \cos \alpha$

Тому модуль рівнодійної двох збіжних сил

$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos ABC}$ (1)

Перед коренем берем знак плюс так як модуль вектора завжди число додатнє.

Визначимо тепер напрям рівнодійної.

За теоремою синусів з того ж трикутника ABC

AB/sinBCA = BC/sinBAC = AC/ sinABC

Але кут $BCA = CAD = \varphi_2$

$BAC = \varphi_1$

$ABC = 180 – \alpha$

$\sin(180 – \alpha) = \sin\alpha$

Необхідно знати:

Сторони трикутника пропорційні модулям сил. Отже теорема синусів для даного силового трикутника має наступну залежність

$F_1/\sin \varphi_2 = F_2/\sin \varphi_1 = R/ \sin\alpha$ (2)

Формула 2 дозволяє знайти синуси кутів між рівнодійною і складовими силами, а отже, і самі ці кути.

Зверніть увагу:

Частинні випадки:

1. Якщо кут між даними силами дорівнює 90° то косинус α = 0. І модуль рівнодійної

   $\mathbf{R = \vee\, F_1^2 + F_2^2}$ **(3)**

2. А) Якщо сили F_1 й F_2 напрямлені по одній прямій в одну сторону, то кут між ними α = 0. Й cosα = 1. Модуль рівнодійної

   $\mathbf{R = F_1 + F_2}$ **(4)**

   Б) Якщо сили F_1 й F_2 напрямлені по одній прямій в протилежні сторони то кут між ними α = 180° , cos α = -1.

   R = $\mathbf{F_1 - F_2}$ **якщо** $\mathbf{F_1 > F_2}$

   R = $\mathbf{F_2 - F_1}$ **якщо** $\mathbf{F_2 > F_1}$

Задача 1. Два человека тянут за веревки, привязанные к кольцу в точке A (рис. 18) и направленные под прямым углом, один с силой $F_1 = 120$ Н, другой с силой $F_2 = 90$ Н. С какой силой должен тянуть третий человек, чтобы кольцо осталось неподвижным?

Решение. Для того чтобы кольцо осталось неподвижным, третий человек должен действовать на него с силой, уравновешивающей действия двух других людей. Так как уравновешивающая и равнодействующая силы равны по модулю и противоположны по направлению (второе следствие из аксиом статики), то задача сводится к определению модуля и направления равнодействующих двух данных сходящихся сил.

Согласно формуле (3) модуль равнодействующей

$$F_\Sigma = \sqrt{90^2 + 120^2} = 150 \text{ Н}.$$

Угол, образованный равнодействующей с направлением силы в 120 Н, определяется из прямоугольного силового треугольника (рис. 18):

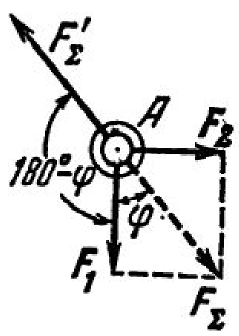


Рис. 18

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{90}{120} = 0{,}75, \quad \varphi = 36°50'.$$

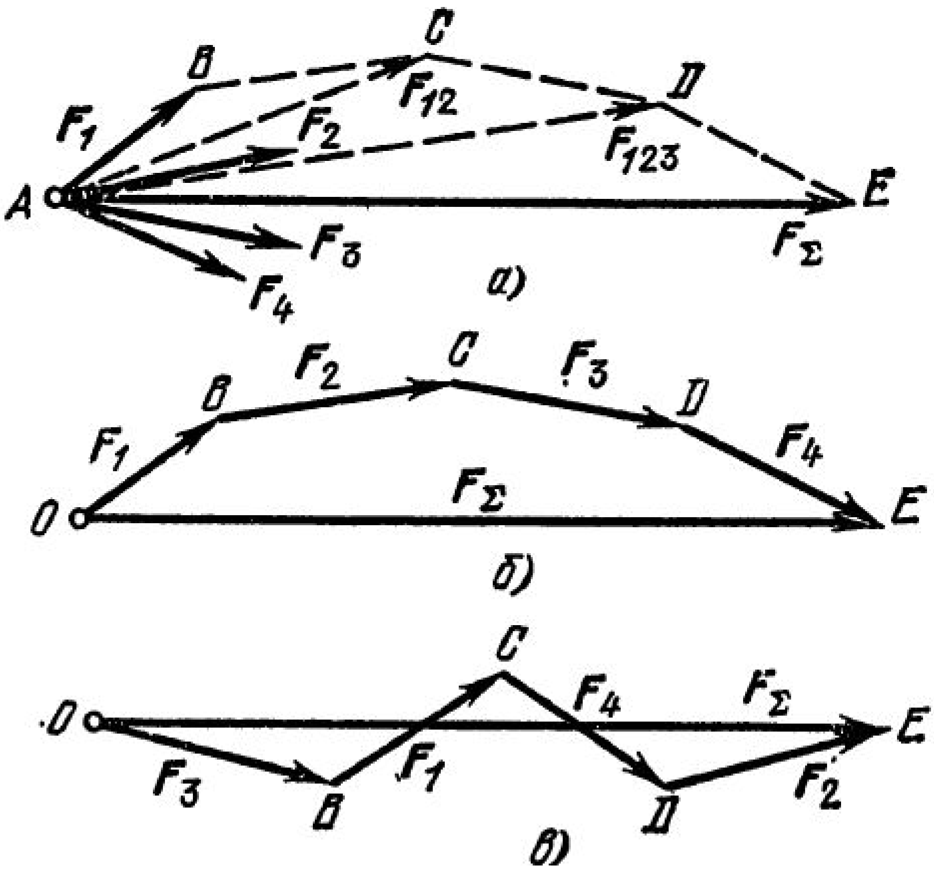
Следовательно, третий человек должен тянуть кольцо с силой $F'_\Sigma = 150$ Н по направлению, образующему с заданной силой в 120 Н угол $180° - \varphi = 143°10'$.

Зверніть увагу:

3. Додавання сил плоскої системи збіжних сил. Силовий многокутник.

Нехай потрібно скласти чотири збіжні сили F1, F2, F3, F4.

Зобразимо дані сили в довільному масштабі векторами, прикладеними в т.А перетину їх лінії дії.



Будемо додавати сили, користуючись уже встановленим для додавання двох збіжних сил правилом силового трикутника.

Отриманий многокутник OBCDE, сторони якого у вибраному масштабі рівні даним силам і однаково з ними напрямлені називається силовим многокутником.

Замикаюча сторона вектор OE силового многокутника, напрямлена від початку першої сили до кінця останньої сили , зображає у вибраному масштабі рівнодійну даної системи збіжних сил і по модулю і за напрямом.

Правило додавання збіжних сил по способу многокутника є загальним для додавання будь яких векторів й називається правилом геометричного додавання:

$R = F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n$

Геометрична сума не змінюється від перестановки місцями доданків.

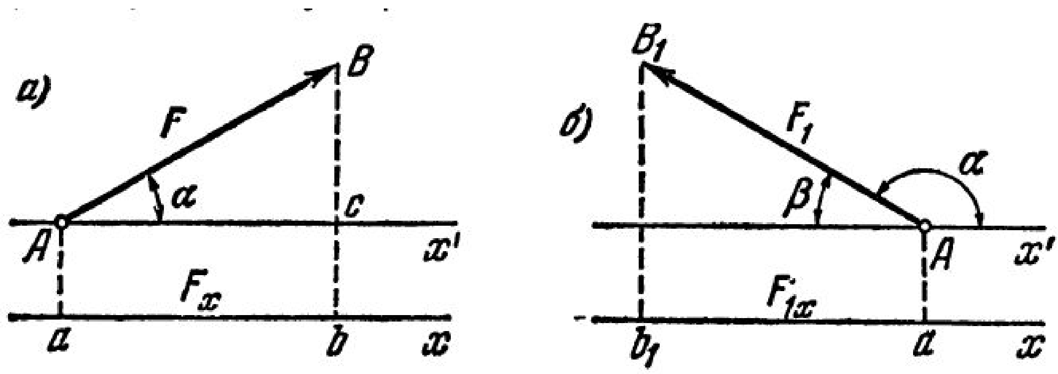
4. **Проекція сили на вісь; правило знаків.**

Віссю називається пряма нескінченної довжини на якій задано визначений напрямок.

Візьмемо вектор AB = F і вісь X що лежить в площині креслення.

Додатнім напрямком осі вважається напрям зліва на право.

Опустимо із початку A і з кінця B вектора перпендикуляри на вісь.



Основи перпендикулярів опущених з даних точок на вісь, називається проекціями цих точок на дану вісь.

Довжина відрізка осі обмеженого між проекціями на вісь початку і кінця даного вектора, з приписаним їй знаком «+» або «–» називається проекцією цього вектора на дану вісь. Позначається тією ж буквою що й вектор з індексом маленької букви осі проекції. (F_x)

Проекція вектора на вісь вважається додатною якщо переміщення від її початку до кінця співпадає з додатним напрямом осі і від'ємною в протилежному випадку.

Необхідно знати:

Проекція вектора на вісь дорівнює модулю цього вектора помноженому на косинус кута між вектором і додатнім напрямом осі проекції.

$F_x = F \cdot \cos\alpha$

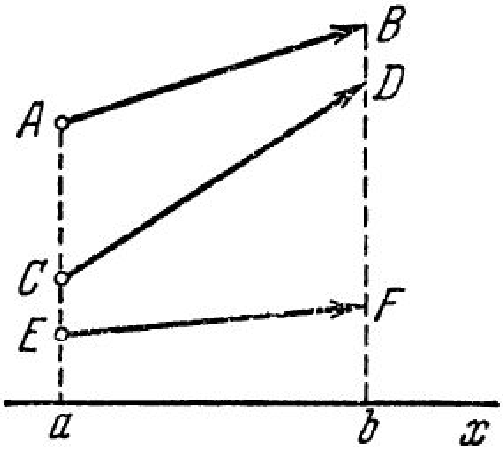
Ця рівність визначає не тільки числове значення проекції але й її знак:

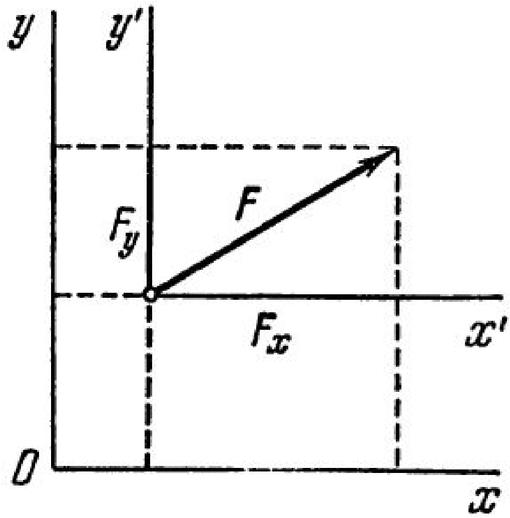
1. Якщо кут α гострий то проекція додатна;
2. Якщо кут α тупий то проекція від'ємна;

3. Вектор перпендикулярний до осі проекції проектується в точку, отже проекція вектора на перпендикулярну до нього вісь дорівнює нулю.

4. Проекція сили на дві взаємно перпендикулярні осі.

Для визначення вектора необхідно знати його проекції на дві не паралельні осі, в площині яких лежить даний вектор. Найкраще якщо ці осі будуть взаємно перпендикулярні.





Із малюнка видно що вектор F є діагоналлю прямокутника, сторони якого чисельно дорівнюють проекціям вектора на координатні осі.

Звідси модуль вектора $F = \vee\, F_x^2 + F_y^2$

Модуль вектора дорівнює квадратному кореню із суми квадратів його проекцій на дві взаємно перпендикулярні осі, в площині яких лежить даний вектор.

Напрям вектора визначається із рівності $F_x = F \cdot \cos(F, x)$ й

$F_y = F \cdot \cos(F,y)$ де кути (F, x) й (F,y) це кути утворені вектором з доданім напрямом відповідних осей.

$\mathrm{Cos}\,(F,x) = F_x/F$; $\mathrm{Cos}\,(F,y) = F_y/F$

Косинус кута між вектором і додатнім напрямом осі проекцій називається напрямляю чим косинусом. Він дорівнює відношенню відповідних проекцій вектора до модуля вектора.

Отже, будь який вектор повністю визначається за данням його проекцій на координатні осі (двох, якщо вектор і осі лежать в одній площині).

Контрольні питання:

1. Система збіжних сил.
2. Як визначити модуль й напрямок рівнодіючої двох сил?
3. Чому дорівнює модуль коли сили перпендикулярні, співнапрямлені й протилежно напрямлені?
4. Силовий многокутник.
5. Проекція сили на вісь; правило знаків.
6. Проекція сили на дві взаємно перпендикулярні осі.