

## Лекція № 1.2.2

**Тема лекції:** Плоска система збіжних сил

**Основні поняття та положення:** аналітичне визначення рівнодіючої плоскої системи збіжних сил, геометрична умова рівноваги системи збіжних сил.

### План лекції:

1. Аналітичне визначення рівнодіючої плоскої системи збіжних сил (метод проєкцій).
2. Геометрична умова рівноваги системи збіжних сил. Аналітична умова рівноваги плоскої системи збіжних сил (рівняння рівноваги).

### Література:

1. Е. М. Никитин. Теоретическая механика для техникумов. — М.: Наука, 1988 — 336с.
2. Д. В. Чернилевский, Лаврова В. Е., Романов В. А. Техническая механика, - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982.- 544 с.

### Зміст лекції

#### Запам'ятайте:

1. Аналітичне визначення рівнодіючої плоскої системи збіжних сил (метод проєкцій).

Рівнодіюча система збіжних сил рівна їх геометричній сумі. Проєкція геометричної суми векторів на будь – яку вісь рівна алгебраїчній сумі проєкцій складових векторів на ту ж вісь.

Отже проєкція рівнодіючої системи збіжних сил на будь – яку вісь рівна алгебраїчній сумі проєкцій складових сил на ту ж вісь

Позначаючи проєкції рівнодіючої  $R$  і проєкції складових сил на

координатні вісі  $X$  та  $Y$  з відповідними індексами, ми будемо мати

$$\left. \begin{aligned} X_{\Sigma} &= X_1 + X_2 + X_3 + \dots = \sum X_k, \\ Y_{\Sigma} &= Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots = \sum Y_k. \end{aligned} \right\}$$

#### Необхідно знати:

Якщо відомі проєкції будь якої сили на дві взаємно перпендикулярні осі, в площині якої лежить вектор даної сили, то для визначення її модуля рівнодіючої плоскої системи збіжних сил використовуємо формулу

$$F_{\Sigma} = \sqrt{X_{\Sigma}^2 + Y_{\Sigma}^2} = \sqrt{(\sum X_k)^2 + (\sum Y_k)^2}.$$

Кути між рівнодіючими та координатними осями, а отже й напрям рівнодіючої визначається за формулами

$$\left. \begin{aligned} \cos(\widehat{F_{\Sigma}, x}) &= \frac{X_{\Sigma}}{F_{\Sigma}} = \frac{\sum X_k}{\sqrt{(\sum X_k)^2 + (\sum Y_k)^2}}, \\ \cos(\widehat{F_{\Sigma}, y}) &= \frac{Y_{\Sigma}}{F_{\Sigma}} = \frac{\sum Y_k}{\sqrt{(\sum X_k)^2 + (\sum Y_k)^2}}. \end{aligned} \right\}$$

## 2. Геометрична умова рівноваги системи збіжних сил. Аналітична умова рівноваги плоскої системи збіжних сил (рівняння рівноваги).

Будь яка система збіжних сил може бути замінена на рівнодіючу. Зрозуміло, що якщо така система збіжних сил знаходиться в рівновазі, тобто еквівалентна нулю, то рівнодіюча повинна дорівнювати нулю.

Рівняння нулю рівнодіючої – це необхідна й достатня умова рівноваги системи збіжних сил.

Згідно двома способами визначення рівнодіючої умови рівноваги плоскої системи збіжних сил може бути виражено в двох формах.

### Запам'ятайте:

#### 1. Геометрична умова рівноваги системи збіжних сил

Геометрична рівнодіюча збіжних сил визначається як замикаюча сторона силового багатокутника. Якщо рівнодіюча дорівнює нулю, то потрібно щоб замикаюча сторона також дорівнювала нулю, а отже щоб силовий багатокутник замикався сам по собі.

Звідси виходять наступні умови:

Для рівноваги системи збіжних сил необхідно й достатньо, щоб силовий багатокутник, побудований для цієї системи був замкнений.

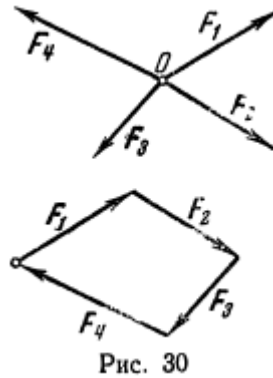


Рис. 30

На малюнку 30 побудований замкнутий силовий багатокутник в стані рівновазі плоскої системи збіжних сил  $F_1, F_2, F_3$  й  $F_4$ . Зазначимо також що в замкнутому силовому багатокутнику кінець вектора останньої сили збігається з початком першого вектора, а стрілки векторів всіх сил вказують одну й ту ж сторону обходу периметра багатокутника.

### Необхідно знати:

2. Аналітична умова рівноваги плоскої системи збіжних сил (рівняння рівноваги).

Аналітично умова рівноваги збіжних сил розраховується по формулі:

$$R_{\Sigma} = \sqrt{(\sum X_k)^2 + (\sum Y_k)^2}.$$

Але якщо  $R = 0$ , то підкорінний вираз також дорівнює нулю. Так як доданої який стоїть під коренем, як квадрати деяких чисел, завжди додатні, то  $R$  може дорівнювати нулю тільки в тому випадку, коли кожен з цих доданків дорівнює нулю окремо.

$$\sum X_k = 0 \quad \text{и} \quad \sum Y_k = 0.$$

Ці рівняння називаються рівняннями рівноваги. Таким чином, для рівноваги плоскої системи збіжних сил необхідно й достатньо, щоб окремо дорівнювали нулю суми проекції всіх сил на кожну з двох будь-яких взаємно перпендикулярних осей, лежачих в площині діючих сил.

### **Контрольні питання:**

1. Аналітичне визначення рівнодіючої плоскої системи збіжних сил.
2. Геометрична умова рівноваги системи збіжних сил
3. Аналітична умова рівноваги плоскої системи збіжних сил