

## Спеціальність 5.03050901 «Бухгалтерський облік»

Група 2Б-995

Дисципліна: «ВИЩА МАТЕМАТИКА»

### 1. НАЗВА ТЕМИ «ВІДСОТКИ»

- 1.1. Прості відсотки
- 1.2. Складні відсотки
- 1.3. Розв'язування задач на відсотки

**2. ОСНОВНІ ТЕРМІНИ:** відсоток, простий відсоток, складний відсоток

### **3. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ:**

Формула простих відсотків:

$$A_n = A_0 \left( 1 + \frac{pn}{100} \right)$$

Формула складних відсотків:

$$A_n = A_0 \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^n$$

### **4. МАТЕРІАЛ ЛЕКЦІЇ**

#### **1.1. Прості відсотки**

Відсотком (процентом) якого-небудь числа називають його соту частину.

Позначається символом %.  $1\% = 10^{-2} = 0,01$ .

Нехай в групі 25 студентів, із них 10 дівчат. Можна сказати, що в цій групі 40% дівчат. ( $10/25 = 0,4 * 100\% = 40\%$ ).

Розглядають три основних типи задач з відсотками:

1. Знаходження відсотків даного числа. Знайдіть 25% від числа 60. Розв'язування:  $25\% : 100\% = 0,25$ ;  $60 * 0,25 = 15$ .

2. Знаходження числа за його відсотком. Знайдіть число, 25% якого становлять 15. Розв'язування:  $25\% : 100\% = 0,25$ ;  $15 / 0,25 = 60$ .

3. Знаходження відсоткового відношення двох чисел. Скільки відсотків становить число 15 від числа 60. Розв'язування:  $15/60 = 0,25 * 100\% = 25\%$ .

«Запам'ятайте!»

$$A_n = A_0 \left( 1 + \frac{pn}{100} \right)$$
 - формула простих відсотків,

де  $A_0$  – початковий внесок;

$p$  – відсоткова щомісячна ставка;

$n$  – кількість місяців, за які нараховується відсоток;

$A_n$  – сума, яку вкладник отримає через  $n$  місяців;

#### **1.2. Складні відсотки**

У банках для деяких видів вкладів (так званих термінових вкладів, які не можна забрати раніше зазначеного строку) прийнято таку систему нарахування: за перший рік перебування вкладеної суми нараховується, наприклад, 20% від неї. Якщо наприкінці року вкладник не зняв із рахунку ці гроші – «проценти», як їх звичайно

називають, то вони приєднуються до вкладеної суми і наприкінці другого року 20% нараховуються уже зі збільшеної суми. У цьому випадку відсотки нараховуються на відсотки.

Для виведення формули складних відтоків розв'яжемо таку задачу: початковий внесок у банк дорівнює  $A_0$  грн. за рік нараховується  $p$  відсотків. Обчислимо суму внеску через  $n$  років.

Через 1 рік сума внеску дорівнюватиме:

$$A_0 + A_0 * 0,01p = A_0(1 + 0,01p).$$

Через 2 роки сума внеску дорівнюватиме:

$$A_0(1 + 0,01p) + A_0(1 + 0,01p) * 0,01p = A_0(1 + 0,01p)(1 + 0,01p) = A_0(1 + 0,01p)^2.$$

Через 3 роки сума внеску дорівнюватиме:

$$A_0(1 + 0,01p)^2 + A_0(1 + 0,01p)^2 * 0,01p = A_0(1 + 0,01p)^3.$$

Тобто через  $n$  років сума внеску дорівнюватиме  $A_0(1 + 0,01p)^n$ .

«Запам'ятайте!»

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

- формула складних відсотків,

де  $A_0$  – початковий внесок;

$p$  – відсоткова щорічна ставка;

$n$  – кількість років;

$A_n$  – нарощений капітал.

Відмінність простого відсоткового зростання від складного відсоткового зростання полягає в тому, що за простого зростання відсоток кожного разу обчислюють, виходячи з початкового значення величини, а за складного зростання відсоток обчислюється від попереднього значення. Ця формула використовується не тільки в банківській діяльності, але і в будь-якій ситуації, коли розглядувана величина збільшується або зменшується на певну кількість відсотків, обчислюючи від її попереднього значення.

**Задача.** Початковий внесок в ощадбанк дорівнює 300 доларів, за рік нараховується 3%. Знайдіть суму внеску через 5 років.

$$A_5 = 300(1 + 0,01 * 3)^5 \approx 348 \text{ доларів.}$$

### 1.3. Розв'язування задач на відсотки

**Задача 1.** Із свіжих слив одержують 32 % сушених. Скільки взяли свіжих слив, якщо одержали 8 кг сушених?

Розв'язання. Складаємо відсоткову пропорцію:

100 % свіжих слив - 32 % сушених слив.

100 кг свіжих слив - 32 кг сушених слив,

$x$  кг свіжих слив - 8 кг сушених слив.

Складаємо рівняння:

$$100 : x = 32 : 8,$$

$$32x = 100 \cdot 8,$$

$$x = 800 : 32,$$

$$x = 25.$$

Відповідь. 25 кг.

**Задача 2.** Товар коштує 132 грн. Через деякий час його ціну підвищили на 5,28 грн. На скільки відсотків підвищилась ціна?

Розв'язання.

Складаємо відсоткову пропорцію:

132 грн. - 100 %,

5,28 грн. - x %.

Складаємо рівняння:

$$132 : 5,28 = 100 : x,$$

$$132x = 5,28 \cdot 100,$$

$$x = 528 : 132,$$

$$x = 4.$$

Відповідь. На 4 %.

**Задача 3.** Коли цех випустив 204 пари взуття, то план був виконаний на 85%. Скільки пар взуття мав випустити цех згідно плану?

Розв'язання.

Складаємо відсоткову пропорцію:

204 пари взуття - 85 %,

x пар взуття - 100 %.

Складаємо рівняння:

$$204 : x = 85 : 100,$$

$$85x = 204 \cdot 100,$$

$$x = 20\,400 : 85,$$

$$x = 240.$$

Відповідь. 240 пар взуття.

### **5. ЗАКРІПЛЕННЯ ГОЛОВНОГО**

Чи засвоїли Ви основні поняття? (**тестові завдання**)

1) Руда містить 6% міді. Скільки тонн міді міститься в 150 т цієї руди?

А) 90 т; Б) 9т; В) 0,9 т; Г) 0,09т.

2) Сплав містить 15% цинку. Скільки кілограмів сплаву треба взяти, щоб він містив 7,5 кг цинку?

А) 50 кг; Б) 20 кг; В) 200 кг; Г) 500 кг.

3) Який відсоток вмісту хрому в чавуні, якщо 300 кг чавуну містять 21 кг хрому?

А) 7%; Б) 70%; В) 9%; Г) 5%.

4) Ціна товару знизилася з 400 грн. до 376 грн. На скільки відсотків відбулася знижка?

А) на 94%; Б) на 6%; В) на 60%; Г) на 24%.

5) Сторону квадрата збільшено на 10%. На скільки відсотків збільшилася площа квадрата?

А) на 10%; Б) на 100%; В) на 21%; Г) на 50%.

**Перелік термінів для заучування:** відсоток, формула простих відсотків, формула складних відсотків

### **Практичні завдання**

**Задача 1.** Із 150 кг свіжих вишень одержали 36 кг сушених. Скільки відсотків сушених вишень виходить із свіжих?

**Задача 2.** Коли цех випустив 360 деталей, то виконав 120 % місячного плану. Який місячний план цеху?

*Задача 3.* 26 кг рису містять 19,5 кг крохмалю. Знайти відсотковий вміст крохмалю в рисі.

*Задача 4.* Вкладник поклав до банку 10000 грн. під 16% річних. Скільки грошей буде на рахунку вкладника через 2 роки? Скільки відсоткових грошей отримає вкладник через 2 роки?

*Задача 5.* Населення деякого міста становить 50000 мешканців. Кожного року населення зменшується на 0,3%. Яким буде населення цього міста через 6 років?

Додаткові завдання:

1. Вкладник вніс до банку 4000 грн. під 16% річних. Скільки грошей буде на його рахунку через два роки?
2. Вкладник поклав до банку 20 000 грн. під 4% річних. Через скільки років на його банківському рахунку буде 21 632 грн.?
3. За несвоєчасну сплату боргу нараховують 3% пені за кожний день несплати. Яку суму доведеться заплатити через 10 днів після строку сплати 500 грн. боргу?
4. Вкладник вніс до банку 2000 грн. під 11% річних. На скільки більше від внесеної суми він зможе одержати грошей через 3 роки?
5. Вкладник вніс до банку 11500 грн. Частина грошей він поклав під 16% річних, а решту – під 14% річних. Через рік сума грошей, покладених під 16% річних, дорівнювала сумі грошей, покладених під 14% річних. Яку суму вніс вкладник під 16% річних?

## **6. ВІДПОВІДІ**

*Тестові завдання:*

- 1) Б;
- 2) А;
- 3) А;
- 4) Б;
- 5) В.

*Задача 1.* Складаємо відсоткову пропорцію:

150 кг свіжих вишень - 100 %,

36 кг сушених вишень -  $x$  %.

Складаємо рівняння:  $150:36=100:x$ ,  $150x = 36 \cdot 100$ ,  $x = 3600 : 150$ ,  $x = 24$ .

Відповідь. 24 %.

*Задача 2.* Складаємо відсоткову пропорцію:

360 деталей - 120 %,

$x$  деталей - 100 %.

Тут  $x$  деталей становить місячний план цеху. Складаємо рівняння:

$360 : x = 120 : 100$ ,  $120x = 360 \cdot 100$ ,  $x = 36 000 : 120$ ,  $x = 300$ .

Відповідь. 300 деталей.

*Задача 3.* Складаємо відсоткову пропорцію:

26 кг рису - 100 %,

19,5 кг крохмалю -  $x$  %.

Складаємо рівняння:  $26 : 19,5 = 100 : x$ ,  $26x = 19,5 \cdot 100$ ,  $x = 1950 : 26$ ,  $x = 75$ .

Відповідь. 75 %.

*Задача 4.*

$A_0 = 10000$  ;  $p = 16\%$ ;  $n = 2$  . Маємо

$$A_2 = 10000 \left( 1 + \frac{16}{100} \right)^2 = 13456 \text{ (грн.)}.$$

Вкладник отримає таку кількість відсоткових грошей

$$A_2 - A_0 = 13456 - 10000 = 3456 \text{ (грн.)}.$$

*Задача 5.*

Оскільки населення міста щороку зменшується на один і той самий відсоток, і це відсоток до кількості населення попереднього року, а не до початкової кількості мешканців, то можна використати формулу складних відсотків.

Маємо  $A_0 = 50000$ ;  $p = -0,3$  (оскільки населення зменшується, то  $p < 0$ );  $n = 6$ .  
Тоді

$$A_6 = 50000 \left( 1 - \frac{0,3}{100} \right)^6 \approx 49107 \text{ (мешканців)}.$$